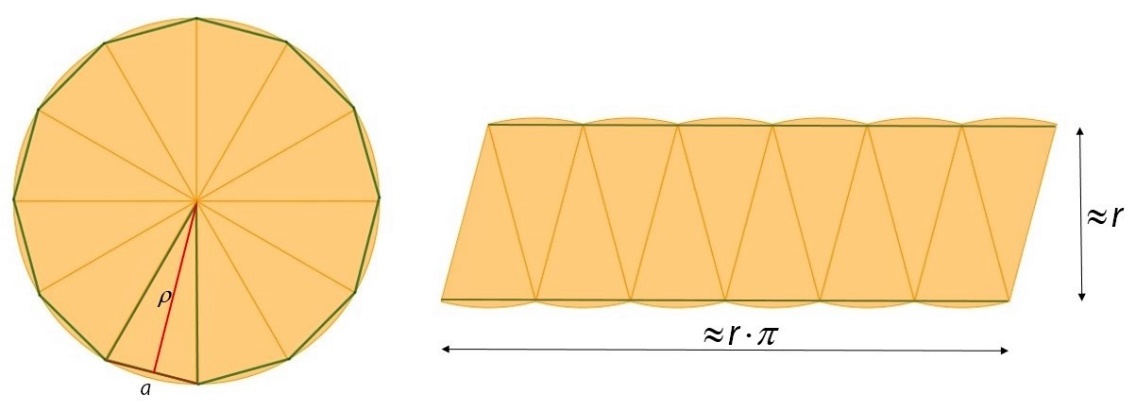
6.3. Površina kruga i njegovih dijelova

* **Površina kruga**

**Aktivnost 1 – Istraživanje – Kako odrediti površinu kruga?**

Učitelj podijeli listić (*Prilog 1.*) i daje upute za istraživanje koje učenici provode radeći u heterogenim grupama. Svaka grupa treba izrezati kružne isječke dobivenog kruga u koji je upisan pravilni mnogokut, a zatim ih presložiti u paralelogram.

****

Učenici primjećuju da povećavanjem broja stranica mnogokuta kružni odsječci (viškovi na paralelogramu) postaju sve manji. Ukoliko je u krug upisan pravilni mnogokut kojem je broj stranica po volji veliki prirodni broj, duljina stranice paralelograma jednaka je polovini opsega kruga, a odgovarajuća visina jednaka je duljini polumjera kruga. Za površinu dobivenog paralelograma vrijedi:





**Površinu kruga** duljine polumjera r računamo prema formuli  .

Učitelj se pri izvodu formule za površinu kruga, ukoliko želi, može koristiti i prezentacijom (e-sfera: Krug i kružnica -> Površina kruga i njegovih dijelova -> e-Matematika -> Površina kruga)

**Aktivnost 2 – Računanje površine kruga zadane duljine polumjera**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 7.* učitelj pokazuje kako, pomoću izvedene formule, izračunati površinu kruga ako je poznata duljina njegova polumjera.

Učenici rješavaju zadatke 83. – 85. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Računanje duljine polumjera kruga zadane površine**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 8.* učitelj pokazuje kako izračunati duljinu polumjera kruga ako je zadana njegova površina.

Učenici rješavaju zadatke 86. i 87. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke 97.b i 104.a te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

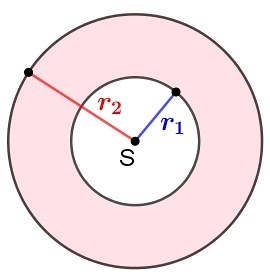
**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 95. – 98.c, 104.b,
* **Površina dijelova kruga**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kružnom odsječku, kružnom isječku, polukrugu i kružnom vijencu (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Računanje površine kružnog vijenca**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 9.* učitelj pokazuje kako izračunati površinu kružnog vijenca ako su zadani radijusi koncentričnih kružnica koje ga omeđuju.

**Površinu kružnog vijenca** izračunat ćemo tako da od površine P2 kruga većeg radijusa oduzmemo površinu P1 kruga manjeg radijusa.



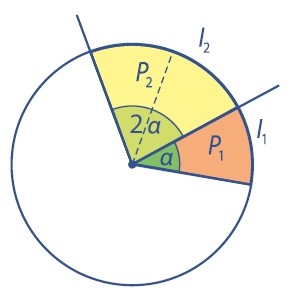


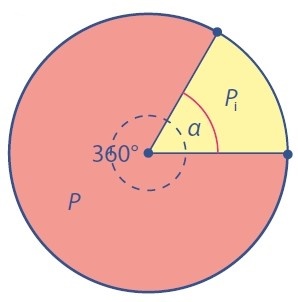


Učenici rješavaju zadatke 88. – 90. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Površina kružnog isječka**

Uz razgovor s učenicima učitelj pokazuje kako su **veličina središnjeg kuta i površina kružnog isječka proporcionalne veličine**.

Udvostručimo li veličinu središnjeg kuta *α*, povećat ćemo dva puta i duljinu kružnog luka ***l*** i površinu kružnog isječka ***Pi***.

**** Vrijedi:









**Površinu kružnog isječka** *Pi* koji je pridružen središnjem kutu veličine *α* u krugu s duljinom polumjera *r* računamo prema formuli:



Koristi se i sljedeći oblik formule za površinu kružnog isječka:



gdje je *l* duljina luka koji pripada kružnom isječku.

**Aktivnost 4 – Računanje površine kružnog isječka**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 10.* učitelj pokazuje kako izračunati površinu kružnog isječka ako su zadani radijus kruga i veličina pripadnog središnjeg kuta.

Učenici rješavaju zadatke 91. – 93. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Računanje duljine kružnog luka ako je zadana površina kružnog isječka**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 11.* učitelj pokazuje kako izračunati duljinu kružnog luka ako su zadani radijus kruga i površina kružnog isječka.

Učenici rješavaju zadatak 94. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 100. – 103.b,c
* **Uvježbavanje (1)**

**Aktivnost 1 - Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o računanju površine kruga, kružnog vijenca i kružnog isječka (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru u bilježnicu odgovaraju na pitanja iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Kako se računa površina kruga?
* Kolika je površina kružnog vijenca ako je površina većeg kruga 50 cm2, a površina manjeg 20 cm2?
* Kako ćete pročitati 72? Koliko je 72?
* Kakav je međusobni odnos površine kružnog isječka i njemu odgovarajućega središnjeg kuta?
* Prema kojoj formuli računamo površinu kružnog isječka?
* Koliko će se puta povećati površina kruga ako se njegov radijus poveća tri puta?
* Koliko će se puta povećati površina kružnog isječka ako se veličina središnjeg kuta poveća tri puta?

Zatim kroz razgovor argumetiraju objašnjenje u paru. Učitelj moderira raspravu (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Zadatci za vježbu**

Učenici rješavaju zadatke 105.c, 106.c, 107., 108. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Iz svijeta rada**

Učenici rješavaju zadatak 116. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Krug i kružnica -> Površina kruga i njegovih dijelova -> Matematika + -> provjera znanja Površina kruga i njegovih dijelova (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Krug i kružnica -> Površina kruga i njegovih dijelova -> Matematika + -> provjera znanja Površina kruga i njegovih dijelova (kratki kviz)
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 109., 110.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 96.d, 100.d, 101.d, 103.d, 104.d, 105.d, 106.d,
* **Uvježbavanje (2)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o računanju površine kruga, kružnog vijenca i kružnog isječka (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke s nastavnog listića te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Krug i kružnica -> Površina kruga i njegovih dijelova -> Matematika + -> provjera znanja Površina kruga i njegovih dijelova (dugi kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Površina kruga i njegovih dijelova -> Matematika + -> provjera znanja Površina kruga i njegovih dijelova (dugi kviz)
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Nastavni listić – dopunski zadatci
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Domaća zadaća**

* e-sfera: Površina kruga i njegovih dijelova -> Matematika + -> provjera znanja Površina kruga

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Istraživanje – Kako odrediti površinu kruga?**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.grupa | 2.grupa | 3.grupa |
| C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0770.jpg | C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0771.jpg | C:\Users\M\OneDrive - CARNET\Pictures\0772.jpg |

* **Izrežite** kružne isječke dobivenog kruga u koji je upisan pravilni mnogokut, a zatim ih **presložite** u paralelogram.
* Što možete zaključiti o stranicama paralelograma?

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenjePrimjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte površinu kruga čija je duljina polumjera 12 mm.
* Izračunajte opseg i površinu kruga čija je duljina promjera 0.9 dm.
* Izračunajte duljinu polumjera kruga koji ima površinu 7 850 cm2.
* Izračunajte opseg kruga koji ima površinu 5.3066 mm2.

♦ Pitanja:

* Izračunajte površinu kruga čija je duljina polumjera 15 cm.
* Izračunajte opseg i površinu kruga čija je duljina promjera 1.1 dm.
* Izračunajte duljinu polumjera kruga koji ima površinu 1 5386 cm2.
* Izračunajte opseg kruga koji ima površinu 6.1544 dm2.

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte površinu kružnog vijenca omeđenog kružnicama duljina polumjera: .
* Izračunajte površinu kružnog isječka ako je: .
* Izračunajte površinu kružnog isječka ako je: .

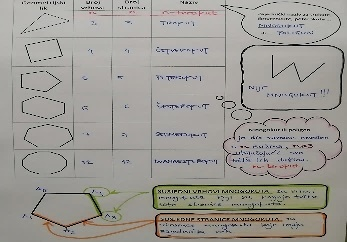
♦ Pitanja:

* Izračunajte površinu kružnog vijenca omeđenog kružnicama duljina polumjera: .
* Izračunajte površinu kružnog isječka ako je: .
* Izračunajte površinu kružnog isječka ako je: .

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

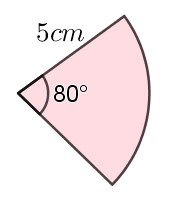
● Pitanja:

* Izračunajte površinu dna čaše promjera 7.2 cm.
* Izračunajte površinu kružnog isječka sa slike.

****

* Opsezi dviju koncentričnih kružnica su 25.12 cm i 37.68 cm. Kolika je površina kružnog vijenca omeđenog tim kružnicama?

♦ Pitanja:

* Izračunajte površinu dna čaše polumjera 34 mm.
* Izračunajte površinu kružnog isječka sa slike.
* Opsezi dviju koncentričnih kružnica su 43.96 cm i 18.84 cm. Kolika je površina kružnog vijenca omeđenog tim kružnicama?

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Ako se radijus kruga poveća pet puta površina se kruga poveća deset puta.
* Ako se radijus kruga smanji pet puta površina se kruga smanji pet puta.
* Ako se radijus kruga poveća pet puta površina se kruga poveća dvadeset pet puta.

Zadatci:

* Izračunajte opseg i površinu kruga čija je duljina promjera 1.5 cm.
* Izračunajte duljinu polumjera kruga koji ima površinu 2826 cm2.

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

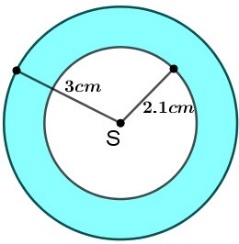
* Ako se površina većeg kruga 22 cm2, a površina manjeg kruga 12 cm2 površina kružnog vijenca je 34 cm2.
* Površina kružnog isječka proporcionalna je veličini njemu pripadnog središnjeg kuta.
* Površina kružnog isječka računa se prema formuli .

Zadatci:

* Izračunajte površinu kružnog vijenca omeđenog kružnicama duljina polumjera: .
* Izračunajte površinu kružnog isječka ako je: .

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Izračunajte površinu kruga upisanog u kvadrat površine 12.96 cm2.
2. Izračunajte površinu kružnog vijenca sa slike.
3. Kolika je duljina kružnog luka koji omeđuje kružni isječak površine 14.13 cm2 u krugu duljine promjera 9 cm?

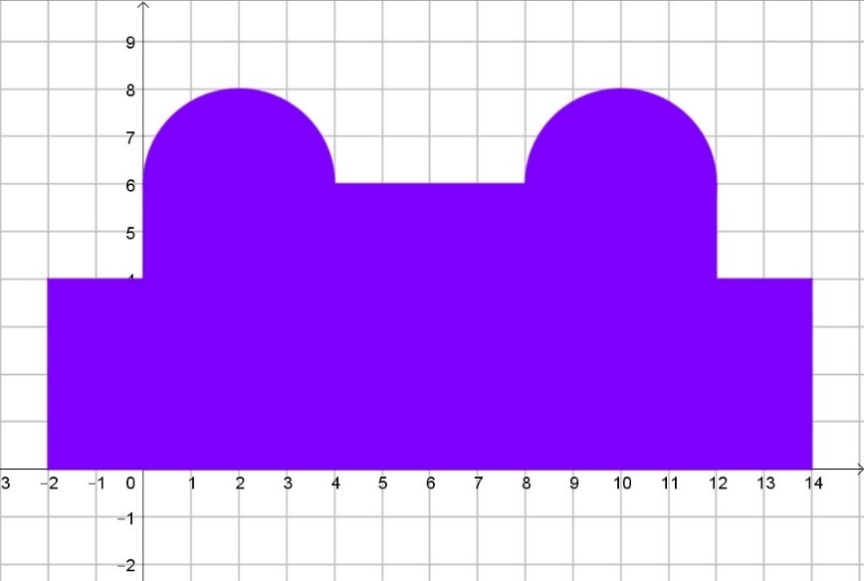
**Nastavni listići**

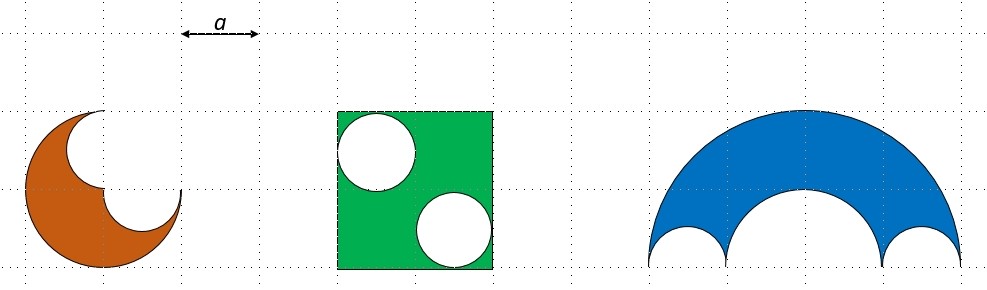
Dopunite tablicu i otkrijte niz zanimljivosti o tri najveća svjetska rotirajuća kotača za razgledavanje.¨

*Napomena: U zadatcima 1. i 2.a,c rezultate zaokružite na dvije decimale, a u zadatku 2.b na cijeli broj.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| NAJVEĆI SVJETSKI  ROTIRAJUĆI KOTAČI ZA RAZGLEDAVANJE | 1. Izračunajte:  a) opseg i površinu kotača,  b) veličinu središnjeg kuta. | 2. Izračunajte:  a) udaljenost susjednih kabina,  b) površinu kružnog isječka između  susjednih kabina,  c) brzinu gibanja kabine. |
| 1. **AIN DUBAI** u Dubaiu  - otvoren 2021.  - visina: 250 m  - dijametar: 210 m  - broj kabina: 48  - period rotacije: 48 minuta  C:\Users\M\Downloads\ferris-wheel-4792152_1920.jpg |  |  |
| 2. **HIGH ROLLER** u Las Vegasu  - otvoren 2014.  - visina: 167.5 m  - dijametar: 158.5 m  - broj kabina: 28  - period rotacije: 30 minuta  High Roller, Las Vegas, Wheel, Attraction, Sky, Linq |  |  |
| 3. **SINGAPORE FLYER** u Singapuru  - otvoren 20O8.  - visina: 165 m  - dijametar: 150 m  - broj kabina: 28  - period rotacije: 37 minuta  Singapore, Ferris Wheel, Big Wheel |  |  |

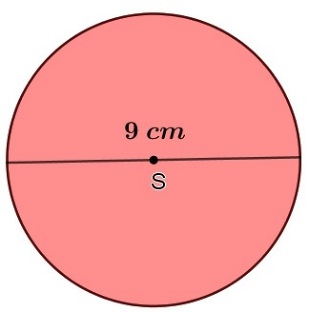
**Dodatni zadatci**

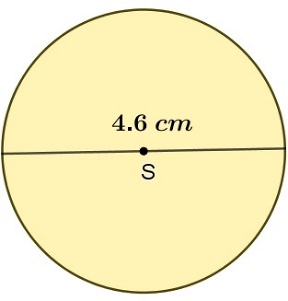
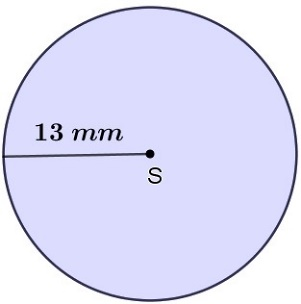
1. Odredite opseg i površinu lika nacrtanog u koordinatnoj ravnini.

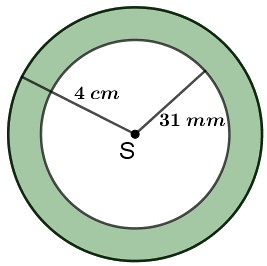
2. Odredite opseg i površinu obojenih likova nacrtanih u kvadratnoj mreži.

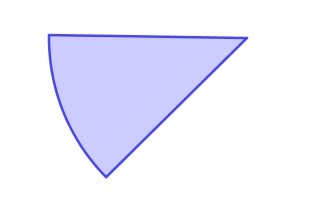
a) b) c)

**Dopunski zadatci**

1. Izračunajte opseg i površinu krugova na slici.

 a) b) c)

2. Izračunajte površinu kružnog vijenca na slici.

3. Izmjerite potrebne veličine, a zatim izračunajte opseg i površinu kružnog isječka na slici.

4. Odredite najveći dopušteni dijametar u valjak savijenog pisma koje želimo staviti u bocu kroz kružni otvor

površine 0.2826 dm2.



**Rješenja nastavnog listića**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| NAJVEĆI SVJETSKI  ROTIRAJUĆI KOTAČI ZA RAZGLEDAVANJE | 1. Izračunajte:  a) opseg i površinu kotača,  b) veličinu središnjeg kuta. | 2. Izračunajte:  a) udaljenost susjednih kabina,  b) površinu kružnog isječka između  susjednih kabina,  c) brzinu gibanja kabine.\* |
| 1. **AIN DUBAI** u Dubaiu  - otvoren 2021.  - visina: 250 m  - dijametar: 210 m  - broj kabina: 48  - period rotacije: 48 minuta  C:\Users\M\Downloads\ferris-wheel-4792152_1920.jpg | a)  b) | a)  b)  c) |
| 2. **HIGH ROLLER** u Las Vegasu  - otvoren 2014.  - visina: 167.5 m  - dijametar: 158.5 m  - broj kabina: 28  - period rotacije: 30 minuta  High Roller, Las Vegas, Wheel, Attraction, Sky, Linq | a)  b) | a)  b)  c) |
| 3. **SINGAPORE FLYER** u Singapuru  - otvoren 20O8.  - visina: 165 m  - dijametar: 150 m  - broj kabina: 28  - period rotacije: 37 minuta  Singapore, Ferris Wheel, Big Wheel | a)  b) | a)  b)  c) |

**Rješenja dodatnih zadataka**

1. 

2. a) 

b) 

c) 

**Rješenja dopunskih zadataka**

1. a) 

b) 

c) 

2. 

3. 

4. 